جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر المعادلات التفاضلية (1)
للسنة الثانية رياضيات الفصل الدراسي الثاني
لعام 2016-2017م.

الاسم :
المدة :
الدرجة :

السؤال الأول(20درجة):

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y' - xy^2 + (2x-1)y = x - 1 \quad , \quad y_1 = 1$$

السؤال الثاني (20درجة):

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$(y + \sqrt{x^2 - y^2})dx - x\,dy = 0$$

السؤال الثالث (20درجة):

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية :

$$(e^x + y + \sin y)\,dx + (e^y + x + x\cos y)\,dy = 0$$

السؤال الرابع(20درجة):

جد الحل العام وسيطيا للمعادلة التفاضلية التالية:

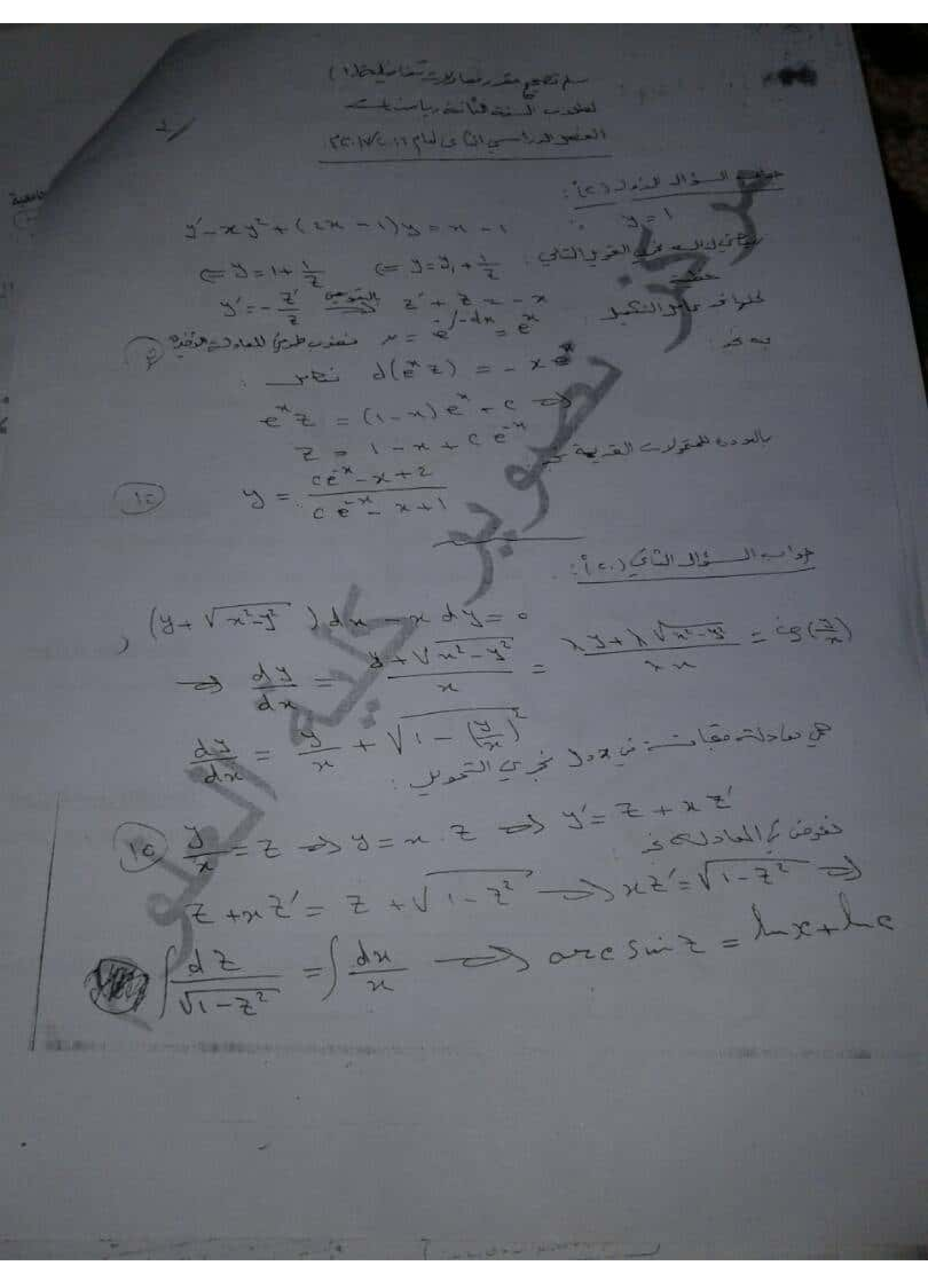
$$2xy' - y - \ln y' = 0$$

السؤال الخامس (20درجة):

جد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية :

$$2yy' = 1 + y'^2$$

حمص 2017/6/20م.   مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق   د.ميسون زين الدين



سلم تصحيح مقرر معادلات تفاضلية (١)
لطلاب السنة الثالثة رياضيات
الفصل الدراسي الثاني للعام ٢٠٢٢-٢٠٢٣

جواب السؤال الرابع (ج):

$$y' - xy^2 + (2x-1)y = x - 1$$

$y_1 = 1$

نستخدم التعويض التالي:

$$y = y_1 + \frac{1}{z} \Rightarrow y = 1 + \frac{1}{z}$$

$$y' = -\frac{z'}{z^2} \xrightarrow{\text{بالتعويض}} z' + z = -x$$

العامل المكامل:

$$\mu = e^{-\int -dx} = e^{x}$$

(٣) نضرب طرفي المعادلة الأخيرة به نجد:

$$d(e^{x} z) = -x e^{x}$$

نكامل:

$$e^{x} z = (1-x)e^{x} + c \Rightarrow$$

$$z = 1 - x + c e^{-x}$$

بالعودة للمتحولات القديمة نجد:

(١٠)

$$y = \frac{c e^{-x} - x + 2}{c e^{-x} - x + 1}$$

جواب السؤال الثاني (أ):

$$(y + \sqrt{x^2 - y^2})\,dx - x\,dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y + \sqrt{x^2 - y^2}}{x} = \frac{\lambda y + \lambda\sqrt{x^2 - y^2}}{\lambda x} = g\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \sqrt{1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2}$$

هي معادلة متجانسة نجري التحويل:

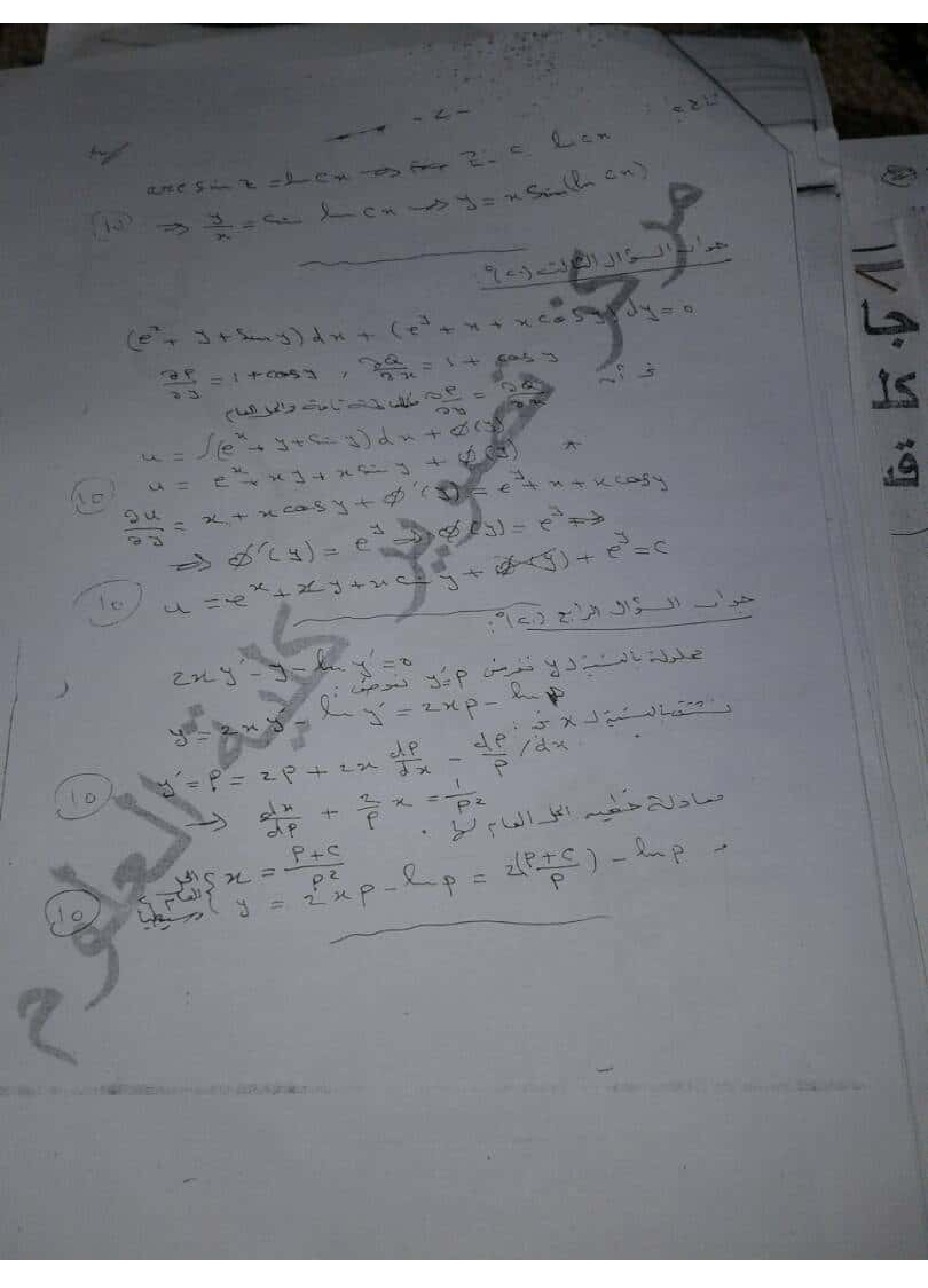
(١٥)

$$\frac{y}{x} = z \Rightarrow y = x\,z \Rightarrow y' = z + x z'$$

نعوض في المعادلة نجد:

$$z + x z' = z + \sqrt{1 - z^2} \Rightarrow x z' = \sqrt{1 - z^2} \Rightarrow$$

$$\int \frac{dz}{\sqrt{1 - z^2}} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \arcsin z = \ln x + \ln c$$



-٤-

$\arcsin z = \ln cx \Rightarrow$ for $z = \sin \ln cx$

(10) $\Rightarrow \frac{y}{x} = \sin \ln cx \Rightarrow y = x\sin(\ln cx)$

جواب السؤال الثالث (ب) ؟

$(e^x + y + \sin y)\,dx + (e^y + x + x\cos y)\,dy = 0$

$\frac{\partial P}{\partial y} = 1 + \cos y \; , \; \frac{\partial Q}{\partial x} = 1 + \cos y$

ف $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ فالمعادلة تامة والحل العام

$u = \int (e^x + y + \sin y)\,dx + \phi(y)$

(10) $u = e^x + xy + x\sin y + \phi(y)$

$\frac{\partial u}{\partial y} = x + x\cos y + \phi'(y) = e^y + x + x\cos y$

$\Rightarrow \phi'(y) = e^y \Rightarrow \phi(y) = e^y \Rightarrow$

(10) $u = e^x + xy + x\sin y + e^y = c$

جواب السؤال الرابع (ب):

$2xy' - y - \ln y' = 0$ معادلة بالنسبة لـ y نفرض $y' = p$ نعوض:

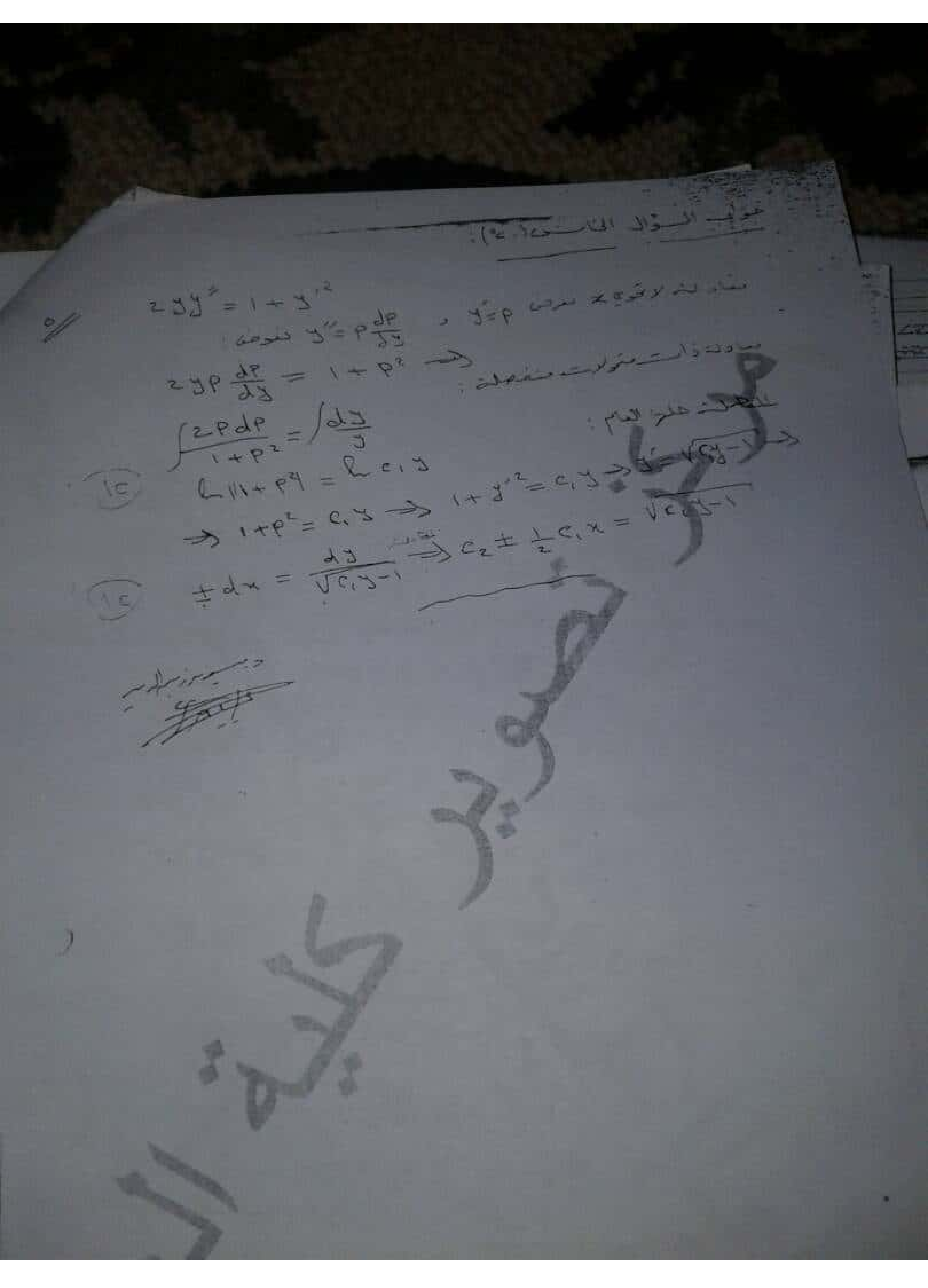
$y = 2xy' - \ln y' = 2xp - \ln p$

نشتق بالنسبة لـ x ف:

$y' = p = 2p + 2x\frac{dp}{dx} - \frac{dp}{p}/dx$

(10) $\Rightarrow \frac{dx}{dp} + \frac{2}{p}x = \frac{1}{p^2}$ معادلة خطية الحل العام لها.

الحل العام وسيطيا $\begin{cases} x = \frac{p + c}{p^2} \\ y = 2xp - \ln p = 2\left(\frac{p + c}{p}\right) - \ln p \end{cases}$ (10)



$2yy'' = 1 + y'^2$

$y' = p$ ، $y'' = p\frac{dp}{dy}$ نعوض

$2yp\frac{dp}{dy} = 1 + p^2$ معادلة ذات متحولات منفصلة

$\int \frac{2p\,dp}{1+p^2} = \int \frac{dy}{y}$

$\ln|1+p^2| = \ln c_1 y$

$\Rightarrow 1+p^2 = c_1 y \Rightarrow 1+y'^2 = c_1 y \Rightarrow y' = \sqrt{c_1 y - 1}$

$\pm dx = \frac{dy}{\sqrt{c_1 y - 1}} \Rightarrow c_2 \pm \frac{1}{2} c_1 x = \sqrt{c_1 y - 1}$

نحصل على الحل العام